



OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
18.02.2012
Clasa a X-a

Subiectul I

Fie α o rădăcină a ecuației binome $z^n - 1 = 0$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Calculați expresia:

$$E = \alpha + 2\alpha^2 + 3\alpha^3 + \dots + n\alpha^n$$

Subiectul II

Demonstrați că: $\log_{xy} z + \log_{yz} x + \log_{xz} y \geq \frac{3}{2}$, unde $x, y, z \in (0; 1)$ sau $x, y, z \in (1; +\infty)$.

Subiectul III

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația

$$\frac{\sqrt{3-2a} + \sqrt{2a}}{\sqrt{1+2a} + \sqrt{2(1-a)}} = \frac{\sqrt{-2a^2 + 3a}}{\sqrt{-2a^2 + a + 1}}$$

Subiectul IV

Fie $k \in \mathbb{R}^*$; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ injectivă și $f(x)f(k-x) = f(ax+b)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

Arătați că :

- a) $a = 0$
- b) $f(k-b) = 1$
- c) f nu este surjectivă..

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.